

一种上行链路大规模 MIMO 系统的低复杂度检测算法

丁春辉, 贺光辉

(上海交通大学 微电子学院, 上海 200240)

摘 要: 提出了一种适用于上行链路大规模 MIMO 系统的基于 Kaczmarz 算法的低复杂度检测算法. 通过将 MMSE 检测算法转化成等效的增广矩阵的形式, 提出的算法同时避免了直接矩阵求逆和 Gram 矩阵求解. 此外, 一种算法初始值的估计方法和近似的软判决信息计算方法也被提出用于进一步降低算法复杂度. 仿真结果表明该算法在性能和计算复杂度方面优于近期文献中的算法. 同时, FPGA 的验证结果也表明提出的算法能以更低的硬件资源消耗完成大规模 MIMO 系统的检测.

关键词: 大规模 MIMO; 信号检测; Kaczmarz 算法; MMSE

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2017)02-0006-04

A Low-complexity Signal Detection Algorithm for Uplink Massive MIMO Systems

DING Chun-hui, HE Guang-hui

(School of Microelectronics, Shanghai JiaoTong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: A low-complexity signal detection approach based on Kaczmarz algorithm is proposed to iteratively realize MMSE detection for uplink massive MIMO systems. By applying an equivalent augmented matrix in MMSE detection, the proposed algorithm avoid the exact matrix inversion and Gram matrix computation. Moreover, promising initial estimation and an approximate method to compute soft-output information is utilized to further reduce the complexity. Simulation results demonstrate that the proposed approach outperforms recently proposed algorithms in complexity and performance. Meanwhile, the FPGA implementation results verify that our proposed method can efficiently compute the approximate inverse with low complexity.

Key words: massive MIMO; signal detection; Kaczmarz algorithm; MMSE

1 引言

大规模多输入多输出 (massive multiple-input multiple-output, massive, MIMO) 技术被广泛的视为第五代无线通信系统 (the fifth Generation, 5G) 中解决突出问题的关键技术^[1]. 大规模 MIMO 技术的关键问题是高性能检测算法的设计与实现. 受益于基站丰富的收发天线, 一些简单的线性检测算法, 如迫零法 (zero forcing, ZF) 和最小均方误差估计法 (minimum mean square error, MMSE) 被证明能够获得接近最优的检测性能^[1]. 然而, 这些线性算法中

包含了复杂度很高的矩阵求逆.

近些年来, 一些近似的 MMSE 检测方法被相继提出用于大规模 MIMO 检测. 然而, 文献[2-3]中提出的黎曼级数方法 (Neumann series, NS) 在系统规模增大时会产生严重的性能损失. 文献[4]中的共轭梯度法 (conjugate gradient, CG) 能够取得接近最优的性能, 但是需要很高的迭代次数. 并且这些方法仍然包含了 Gram 矩阵的计算. 特别地, 当天线的规模接近上百时, Gram 矩阵的计算复杂度会超过矩阵求逆^[2].

为此, 一种适用于上行链路大规模 MIMO 系统

的基于 Kaczmarz (KM)算法的低复杂度信号检测方法被提出. 通过将 KM 算法运用到 MMSE 检测等效的增广矩阵上,提出的算法能够避免直接矩阵求逆以及 Gram 矩阵的计算. 同时,两种优化策略,包括初始值估计方法和近似软判决信息计算方法被提出并进一步降低算法的计算复杂度. 提出的算法能够以很小的迭代次数达到接近最优的检测性能, FPGA 的验证结果也说明算法能够以较低的复杂度完成 MMSE 检测.

2 背景

2.1 上行链路大规模 MIMO 系统模型

上行链路多用户大规模 MIMO 系统可以表示为大规模的基站天线(用 N 表示天线数目)同时服务于多个用户(用 M 表示用户数目). 通常 N 远远大于 M .

单个用户独立对原信息进行编码和交织后进行星座点映射,得到对应的复数符号,被调制后的符号经多路并行化之后从 MIMO 系统中同时发射. 在接收端接收到符号后,通过信道估计和信号检测,得到信息比特流,对这些比特流进行解交织和译码得到最终的接收比特.

大规模 MIMO 的检测模型可以表示成

$$y_c = \mathbf{H}\mathbf{x}_c + \mathbf{n}_c \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x}_c = [x_1, \dots, x_M]^T$ 表示 $M \times 1$ 的发送信号向量,其每个元素来自 M-QAM 的星座点符号 O ,每个元素的平均功率为 E_s , $\mathbf{n}_c$ 表示 $N \times 1$ 独立同分布 (independently identically distributed, i. i. d.) 的高斯噪声向量,每个元素的均值为 0,方差为 σ^2 . 理想信道估计矩阵表示成 $\mathbf{H}_c$, 维度为 $N \times M$. $y_c = [y_1, \dots, y_N]^T$ 表示接收向量. 接收信噪比 (Signal to Noise Ratio, SNR) 定义成 $N/M \times 1/\sigma^2$ [3].

2.2 MMSE 检测算法

线性检测的思想是对接收的信号向量进行均衡滤波,得到一个信号的估计. 然后,对得到的估计信号进行解调得到检测输出. 为了便于检测,首先将公式(1)中的复数模型转化成实数模型,运用 MMSE 算法,得到的传输信号的估计值为

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{G} + \sigma^2 \mathbf{I}_{2M})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{y} = \mathbf{W}^{-1} \hat{\mathbf{y}} \quad (2)$$

其中, $\mathbf{G} = \mathbf{H}^H \mathbf{H}$ 表示 Gram 矩阵, $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{H}^H \mathbf{y}$ 表示匹配滤波输出, σ^2 表示加性高斯白噪声的能量, 矩阵 $\mathbf{W} = \mathbf{G} + \sigma^2 \mathbf{I}_{2M}$ 代表 MMSE 滤波矩阵. 可以看到,在 MMSE 算法中, Gram 矩阵 $\mathbf{G}$ 和矩阵逆 $\mathbf{W}^{-1}$ 的复杂度分别是 $O(NM^2)$ 和 $O(M^3)$.

2.3 Kaczmarz 算法简介

KM 算法^[5] 是一种迭代求解线性系统方程的方法,通常假定线性系统为 $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{y}$ 形式,假定 $\mathbf{A}$ 是一个 $N \times M$ 的矩阵. 给定初始解 $\mathbf{x}_0$, KM 算法以如下的形式求解:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k,i} = \mathbf{x}_{k,i-1} + \frac{\mathbf{y}(i) - \langle \mathbf{a}_i, \mathbf{x}_{k,i-1} \rangle}{\|\mathbf{a}_i\|^2} \mathbf{a}_i \\ \mathbf{x}_{k+1,0} = \mathbf{x}_{k,N} \end{cases} \quad (3)$$

其中, $i = 1, 2, \dots, N, k = 1, 2, \dots, \mathbf{a}_i$ 代表矩阵 $\mathbf{A}$ 的第 i 行, $\mathbf{x}_{k,i}$ 代表第 k 次外部迭代时,内部迭代 i 次的计算结果, $\mathbf{y}(i)$ 代表向量 $\mathbf{y}$ 的第 i 项, $\|\mathbf{a}_i\|$ 代表了向量的欧几里德范数. 在每次迭代中, $\mathbf{a}_i$ 都会遍历矩阵 $\mathbf{A}$ 的每一行. KM 算法被证明能够取得指数级的收敛速率并且快于 CG 算法.

3 基于 Kaczmarz 算法的检测算法

3.1 改进的 Kaczmarz 检测算法

KM 算法能够被直接运用到式(2)的 MMSE 检测中,并且能够避免直接的矩阵求逆. 但是这样做仍然需要计算高复杂度的 Gram 矩阵. 因此,为了避免 Gram 矩阵的计算,可以将式(2)代表的 MMSE 检测转换成等效的增广矩阵形式,如公式

$$\begin{bmatrix} \sigma_{2N}^2 \mathbf{H} & \mathbf{H} \\ \mathbf{H}^H & -\sigma_{2M}^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{z} \\ \mathbf{x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (4)$$

其中, $\mathbf{z} = \sigma^{-1}(\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x})$. 令 $\mathbf{s} = (\mathbf{z}^T, \mathbf{x}^T)^T$, 上式可以写成 $\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{s} = \tilde{\mathbf{y}}$, 其中 $\tilde{\mathbf{H}}$ 和 $\tilde{\mathbf{y}}$ 分别代表增广的信道传输矩阵和接收信号向量.

通过将 KM 算法运用到增广矩阵代表的线性系统中,可以避免 Gram 矩阵的计算. 式(4) 可以重写为以下两个公式:

$$(\sigma_{2N}^2 \mathbf{H})\mathbf{s} = \mathbf{y} \quad (5)$$

$$(\mathbf{H}^H - \sigma_{2M}^2 \mathbf{I})\mathbf{s} = \mathbf{0} \quad (6)$$

KM 算法可以同时用于式(5)和式(6). 注意到对于式(5), KM 算法需要遍历信道矩阵的每一行,而对于式(6), KM 算法则需要遍历信道矩阵的每一列. 对于上行链路的信道矩阵,矩阵的行数要远远大于矩阵的列数,所以为了降低迭代过程中的计算复杂度,选择式(6)用于 KM 算法的计算.

让 $\mathbf{H} = (\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_{2M}), \mathbf{I}_{2M} = (\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_{2M})$ 由式(6) 带入 KM 算法可以得到

$$\mathbf{s}_{k,i} = \mathbf{s}_{k,i-1} + \frac{0 - (\mathbf{h}_i^T, -\sigma_{2M}^T) \mathbf{s}_{k,i-1}}{\|\mathbf{h}_i^T\|^2 + \sigma^2} \begin{bmatrix} \mathbf{h}_i \\ -\sigma_{2M} \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中, $i = 1, 2, \dots, 2M, k = 1, 2, \dots, \mathbf{h}_i$ 表示 $\mathbf{H}$ 的第 i

列, $\mathbf{e}_i$ 代表单位向量.

令 $\mathbf{r} = \mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}$, 并且由 $\mathbf{s} = (\mathbf{z}^T, \mathbf{x}^T)^T, \mathbf{z} = \sigma^{-1}\mathbf{r}$, 式(7)可以解得

$$\begin{cases} \mathbf{r}_{k,i} = \mathbf{r}_{k,i-1} + \rho_{k,i-1}\mathbf{h}_i \\ \mathbf{x}_{k,i}(i) = \mathbf{x}_{k,i-1}(i) + \rho_{k,i-1} \end{cases} \quad (8)$$

其中, $i = 1, 2, \dots, 2M, k = 1, 2, \dots$, 并且有

$$\rho_{k,i-1} = \frac{\mathbf{h}_i^T \mathbf{r}_{k,i-1} - \sigma^2 \mathbf{x}_{k,i-1}(i)}{\|\mathbf{h}_i\|^2 + \sigma^2} \quad (9)$$

最终经过 k 次外层迭代之后得到的向量 $\mathbf{x}_{k,2M}$ 即为所求的估计向量.

3.2 对角线近似的初始解

为了降低算法迭代的次数, 采用了一种近似的初始解估计方法, 而不采用零向量作为初始解.

由于矩阵 $\mathbf{W}$ 具有对角占优的特性^[4], 可以用该矩阵的对角近似作为算法的初始解. 这样做可以很大程度上提高算法的性能, 而只增加少量的复杂度. 初始解可以表示为

$$\mathbf{x}_0 = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{y} = \mathbf{D}_{\text{inv}} \mathbf{H}^H \mathbf{y} \quad (10)$$

其中, $\mathbf{D}$ 表示矩阵 $\mathbf{W}$ 的对角成分, $\mathbf{D}_{\text{inv}}$ 表示 $\mathbf{D}$ 的逆矩阵.

3.3 近似的软判决信息计算方法

本文中, KM 算法同时被运用来计算矩阵逆 $\mathbf{W}^{-1}$, 进一步地, 可以用来求解软判决信息.

让 $\hat{\mathbf{W}}_{\text{inv}}$ 作为 $\mathbf{W}^{-1}$ 的估计值, $\hat{\mathbf{W}}_{\text{inv}}$ 可以通过以下的迭代公式计算出来

$$(\hat{\mathbf{W}}_{\text{inv}})_{k,i} = (\hat{\mathbf{W}}_{\text{inv}})_{k,i-1} + \frac{\mathbf{h}_i^T \mathbf{H} \mathbf{e}_i (\mathbf{I}_{2M} - (\hat{\mathbf{W}}_{\text{inv}})_{k,i-1})}{\|\mathbf{h}_i\|^2 + \sigma^2} \quad (11)$$

其中, $i = 1, 2, \dots, 2M, k = 1, 2, \dots$. 通过迭代计算 $\mathbf{W}^{-1}$ 的一个优势在于利用了先前算法中的所有中间值, 最终整个检测算法的复杂度大大降低.

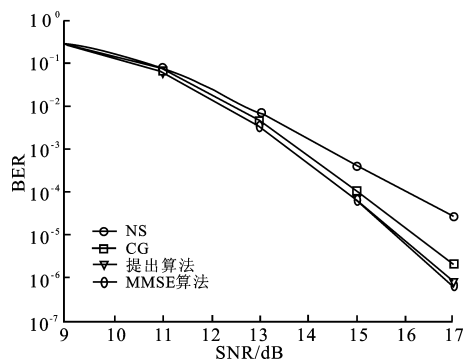
4 仿真及 FPGA 验证结果

4.1 BER 性能

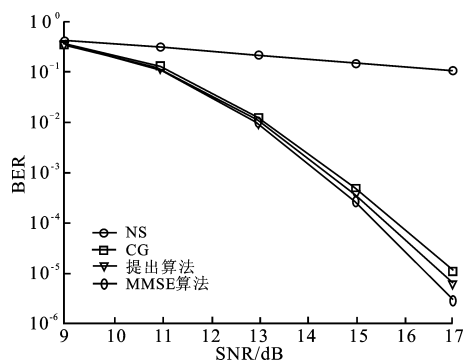
将提出的算法与近期文献中提出的基于 NS 和 CG 的检测方法进行比较, 仿真的结果给出了 BER 性能与 SNR 之间的关系. 文中还给出了使用直接矩阵求逆的经典 MMSE 算法的 BER 性能作为基准. 在本文之后的所有仿真结果中, 我们考虑发射端采用: 码率为 1/2、多项式为 [133o 171o] 的卷积码, 64-QAM 调制方式; 接收端采用 BCJR (Fred Jelinek, Cocke, Raviv) 译码算法, 信道模型采用瑞利衰落信道.

图 1(a) 和 (b) 比较了 128×16 和 128×32 天线

配置下各种检测算法的 BER 性能. 由图中可以看到, 提出的算法具有很高的收敛速率, 并且在同样的迭代次数下比 NS 和 CG 检测算法有更好的性能. 当迭代次数为 3 时, 对于 128×16 的天线配置, 给定的算法取得接近 MMSE 直接求逆算法的性能, 并且相比 NS 算法在 BER 为 10^{-5} 时有 1 dB 的性能优势. 对于 128×32 天线配置, 在迭代 3 次时, 提出的算法接近最优的性能, 并且相对 CG 算法在 BER 为 10^{-5} 时有 0.5 dB 的性能优势.



(a) 128×16



(b) 128×32

图 1 不同天线配置下算法 BER 性能比较

4.2 计算复杂度分析

提出的算法的计算复杂度以乘法的数目的形式与近期文献中提出的算法进行了比较. 这些算法的计算复杂度主要来自于 Gram 矩阵的计算, 算法的初始化, 以及算法的迭代. 表 1 总结了各种算法各部分的计算复杂度.

表 1 各种算法各部分计算复杂度

	Gram 矩阵计算	初始化	k 次迭代
NS ^[3]	$2NM^2$	$4NM+8M$	$(8M^3-8M^2)(k-2)$
CG ^[4]	$2NM^2$	$4NM+8M$	$(4M^2+10M)k$
提出算法	0	$8NM+8M$	$(8NM+2M)k$

由表中数据计算可知, 提出的算法对于 128×16 和 128×32 的天线配置分别在迭代次数小于 4

和迭代次数小于 9 时,计算的复杂度远远小于其他方法,而提出的算法仅仅需要 3 次迭代就能达到接近最优的检测性能. 所以提出的算法能够以低复杂度达到接近最优性能的检测.

4.3 FPGA 验证

我们通过 Xilinx Vivado HLS (high-level synthesis) 2015 工具提供的 Virtex-7 XC7VX1140T FPGA 对提出的算法以及其他算法进行了实现. 实现过程中相关的定点参数设置如下:信道矩阵、接收信号向量以及噪声变量都被量化成 16 bit,而估计发送向量和一些中间值都被量化为 20 bit. 基本的 HLS 实现及优化方法,如循环展开(unrolling)和矩阵分解(array partitioning),都被同等的应用在这几种检测算法上,优化过程未考虑流水线结构.

表 2 展示了在 128×16 天线配置下各种检测算法的 FPGA 实现的结果. 提出的算法相比于 CG 算法能够节约 24% 的 LUT 资源和 9% 的 DSP48 资源,并且能够获得更高的吞吐率和较低的延迟. CG 方法的缺点在于性能的损失,迭代过程导致其吞吐率不高.

表 2 各种检测算法 FPGA 实现资源消耗

	LUTs	FFs	DSP48	延迟	吞吐率/(M/s)
Gram + NS	74 276	196 660	7 248	1 566	0.13
Gram + CG	36 180	67 505	2 856	585	0.34
提出算法	22 212	39 810	2 056	353	0.65

5 结束语

本文提出了一种适用于上行链路大规模 MIMO 系统的低复杂度、接近最优性能的信号检测算法. 提出的算法通过将 MMSE 检测转化成等价的增广矩阵形式,并在增广矩阵上利用 KM 算法达到检测的目的,从而成功避免了 Gram 矩阵的计算和直

接矩阵求逆. 提出的算法在很大的程度上降低了大规模 MIMO 检测的复杂度,并且仿真结果也表明算法能够以少量的迭代次数达到接近最优的性能. 同时,FPGA 的结果也验证了提出的算法消耗更少的硬件资源,相比于近期文献中的算法.

参考文献:

[1] Rusek F, Persson D, Lau B L, et al. Scaling up MIMO: opportunities and challenges with very large arrays[J]. IEEE Signal Process. Mag., 2013, 30(1): 40-60.

[2] Wu M, Yin B, Vosoughi A, et al. Approximate matrix inversion for high-throughput data detection in the massive MIMO uplink[C]// Proc. IEEE ISCAS 2013. China, Beijing, 2013: 2155-2158.

[3] Yin B, Wu M, Studer C, et al. Implementation trade-offs for linear detection in massive MIMO systems[C] // Proc. IEEE ICASSP 2013. Vancouver, Canada, 2013: 2679-2683.

[4] Yin B, Wu M, Cavallaro J R, et al. Conjugate gradient-based soft-output detection and precoding in massive MIMO systems[C] // Proc. IEEE GLOBECOM 2014. Austin, TX, 2014: 3696-3701.

[5] Strohmer T, Vershynin R. A randomized Kaczmarz algorithm for linear systems with exponential convergence[J]. Fourier Analysis and Applications, 2008, 15(2):262-278.

作者简介:

丁春辉 男,(1992-),硕士研究生. 研究方向为大规模 MIMO 系统检测与硬件实现.
E-mail:dingchunhui@sjtu.edu.cn.

贺光辉 男,(1980-),副研究员. 研究方向为通信系统 MIMO 技术、超大规模集成电路等.